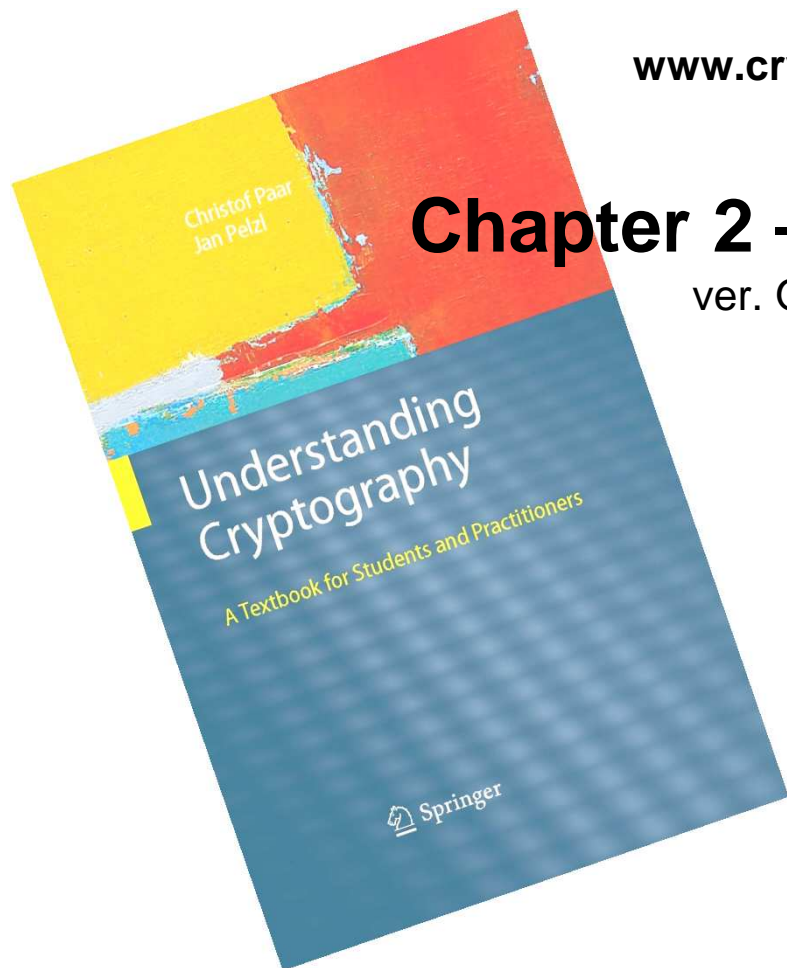


Bilgisayar Güvenliđi ve Kriptografi BLM5101 - Gr 1		
Hafta	Tarih	Konular
1	17.Şub	Giriş
2	24.Şub	Kriptografi-Bilgi Güvenliđi Temeller
3	03.Mar	Akan Şifreleme
4	10.Mar	DES – AES - <b>Paper seçim</b>
5	17.Mar	Blok Şifreleme - Public key kriptu
6	24.Mar	RSA
7	31.Mar	Diskrit Logaritma Tabanlı Public-Key Kriptografi
8	07.Nis	Eliptic Curve Kriptografi
<b>9</b>	<b>14.Nis</b>	<b>1. Ara Sınav</b>
10	21.Nis	Dijital İmza
11	28.Nis	Hash Fonksiyonlar
12	05.May	SUNUM
13	12.May	SUNUM
<b>14</b>	<b>19.May</b>	<b>Tatil</b>
15	26.May	SUNUM

# Understanding Cryptography – A Textbook for Students and Practitioners

by Christof Paar and Jan Pelzl

[www.crypto-textbook.com](http://www.crypto-textbook.com)



## Chapter 2 – Stream Ciphers

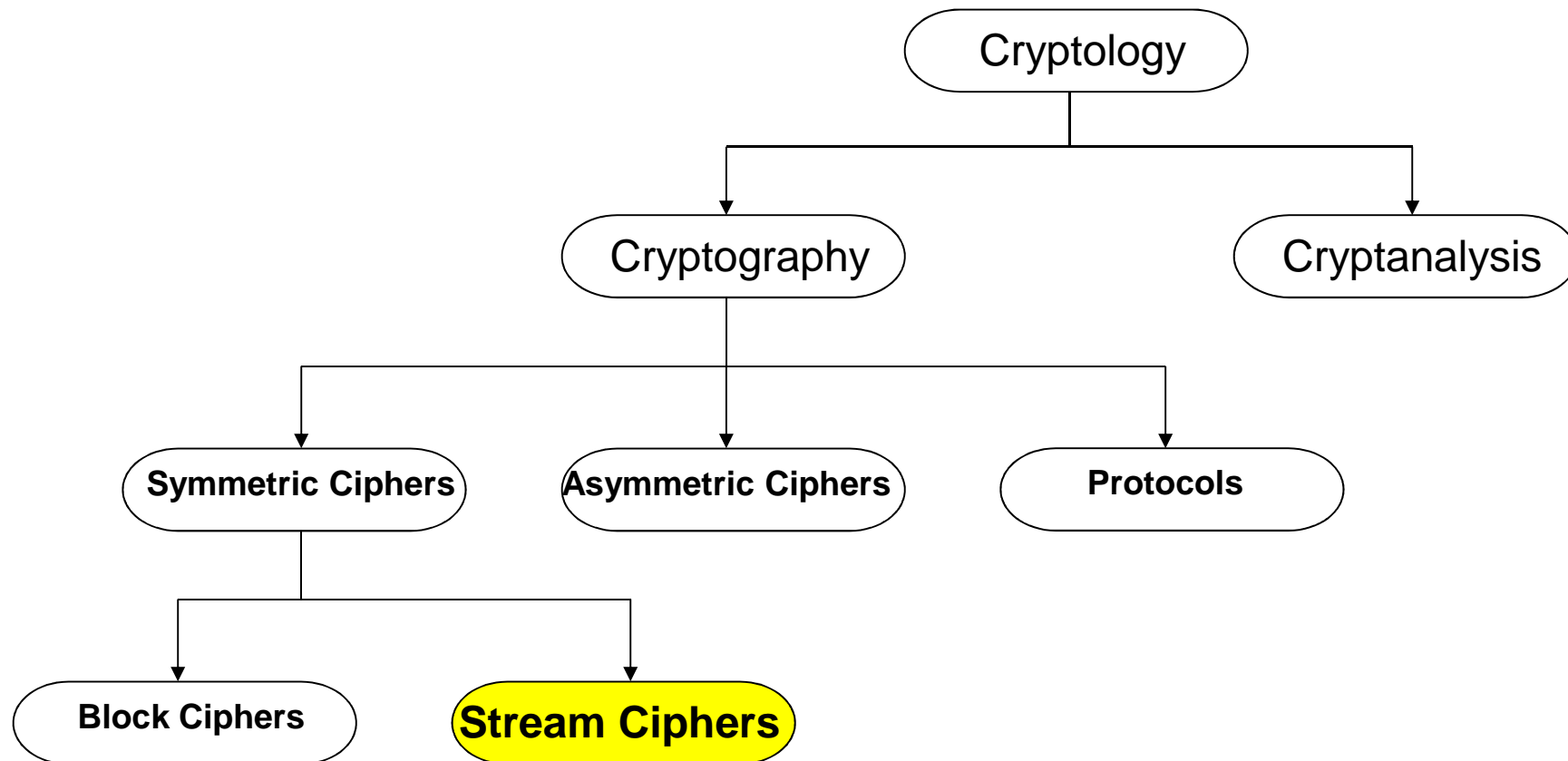
ver. October 29, 2009

These slides were prepared by Thomas Eisenbarth, Christof Paar and Jan Pelzl

# Content of this Chapter

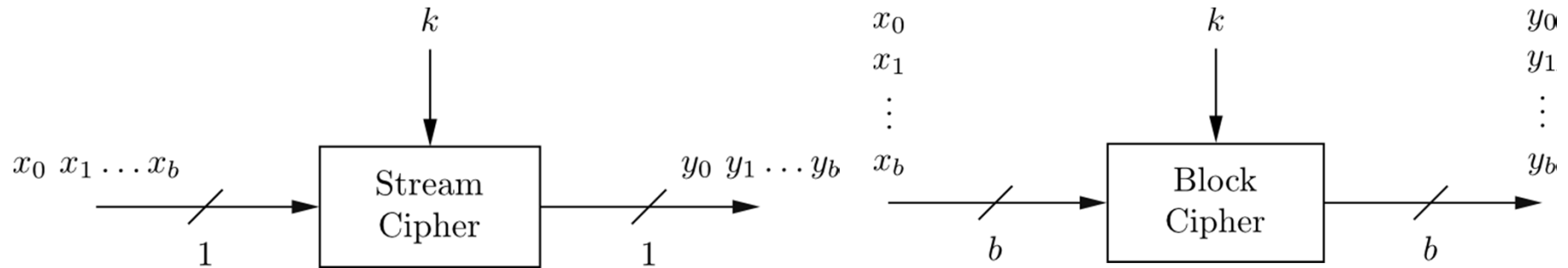
- **Intro to stream ciphers**
- Random number generators (RNGs)
- One-Time Pad (OTP)
- Linear feedback shift registers (LFSRs)
- Trivium: a modern stream cipher

## ■ Stream Ciphers in the Field of Cryptology



Stream Ciphers were invented in 1917 by Gilbert Vernam

## ■ Stream Cipher vs. Block Cipher



- **Stream Ciphers- Akan Şifreleme**

- Encrypt bits individually – bitleri teker teker şifreler
- Usually small and fast → common in embedded devices (e.g., A5/1 for GSM phones)

- **Block Ciphers:**

- Always encrypt a full block (several bits)
- Her seferinde açık metindeki bütün bit bloğunu aynı anahtarla şifreler. Dolayısı ile herhangi bir açık metin bitinin şifrelenmesi aynı bloktaki diğer bitlere bağlıdır.
- Pratikte blok şifreleyicilerin çoğunda blok uzunluğu 128 (AES) veya 64 bit (DES)

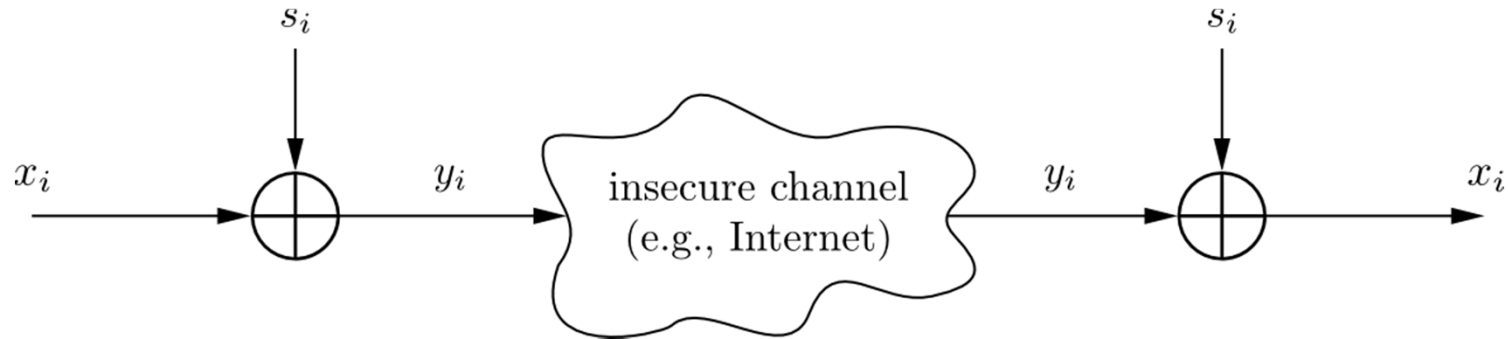
## ■ Stream Cipher vs. Block Cipher

- Geleneksel olarak akan şifreleme sistemlerinin blok şifreleme sistemlerinden daha 'etkin' olduğu varsayılır:
- Yazılımsal olarak optimize edilmiş akan şifreleme sistemleri, bir biti şifrelemek için, daha az prosesör komutu (daha az cycle) kullanır
- Donanımsal olarak optimize edilmiş akan şifreleme sistemleri blok şifrelemeye göre, aynı oranda veriyi şifrelemek için, daha az kapı (gate) veya daha küçük chip alanı gerektirir.
- Ancak AES gibi modern blok şifreleme yöntemleri yazılımsal olarak çok etkindir. Benzer şekilde donanımsal olarak çok etkin blok şifreleyiciler de mevcuttur; PRESENT gibi...

## ■ Encryption and Decryption with Stream Ciphers

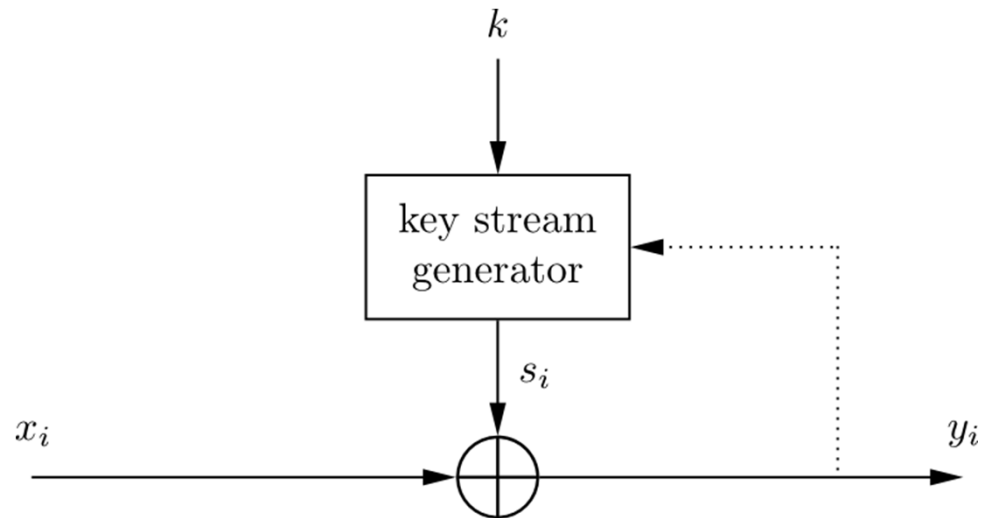
Plaintext  $x_i$ , ciphertext  $y_i$  and key stream  $s_i$  consist of individual bits

Şifresiz metin, şifreli metin ve akan anahtar ayrı ayrı bitlerden oluşuyor



- Encryption and decryption are simple additions modulo 2 (aka XOR)
- Encryption and decryption are the same functions
- **Encryption:**  $y_i = e_{s_i}(x_i) = x_i + s_i \bmod 2$        $x_i, y_i, s_i \in \{0, 1\}$
- **Decryption:**  $x_i = e_{s_i}(y_i) = y_i + s_i \bmod 2$
- Akan anahtardan gelen bitin ( $s_i$ ) 2'ye göre modu alınarak o anda şifrelenecek açık metine ait bite ( $x_i$ ) ekleniyor
- Deşifreleme de aynı fonksiyon kullanılarak yapılıyor
- $\oplus \rightarrow$  XOR veya 2'ye göre mod alarak toplama işlemi

## ■ Synchronous vs. Asynchronous Stream Cipher



- Security of stream cipher depends entirely on the key stream  $s_i$  :
  - Should be **random** , i.e.,  $\Pr(s_i = 0) = \Pr(s_i = 1) = 0.5$  – anahtardaki her bitin 0 veya 1 değeri alma olasılığı eşit
  - Must be **reproducible** by sender and receiver
- **Synchronous Stream Cipher**
  - Key stream **depend only on the key** (and possibly an initialization vector IV)
- **Asynchronous Stream Ciphers**
  - Key stream **depends also on the ciphertext** (dotted feedback enabled)



## ■ Why is Modulo 2 Addition a Good Encryption Function?

- Modulo 2 addition is equivalent to XOR operation
- For perfectly random key stream  $s_i$ , each ciphertext output bit has a 50% chance to be 0 or 1  
→ Good statistic property for ciphertext

$x_i$	$s_i$	$y_i$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Tablonun ilk satırında şifrelenecek bit  $x_i = 0$  ve şifrelenmiş bit  $y_i = 0$  çıkıyor

İkinci satırda şifrelenecek bit yine  $x_i = 0$  ama şifrelenmiş bit  $y_i = 1$  çıkıyor.

Aynı veriyi şifrelerken sonucun 0 veya 1 çıkma olasılığı aynı

Inverting XOR is simple, since it is the same XOR operation

## ■ ÖRNEK

- Alice 'A' harfini akan şifreleme yöntemi ile şifrelemek istiyor – harf ASCII kod olarak verilmiş:
- A            Ascii 65
- $65_{10} = 1000001_2$
- Anahtar akışı  $\longrightarrow (s_0, s_1, \dots, s_6) = 0101100$  olsun

$$\begin{array}{r} x_{0, \dots, x_6} = 1000001 \\ \oplus \\ s_{0, \dots, s_6} = 1000001 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} x_{0, \dots, x_6} = 1000001 \\ \oplus \\ s_{0, \dots, s_6} = 1000001 \end{array}} \right\} \text{Alice}$$

$1101101 = m$  (109 Ascii)  $\longrightarrow$  Oscar'ın göreceği

$$\begin{array}{r} y_{0, \dots, y_6} = 1101101 \\ \oplus \\ s_{0, \dots, s_6} = 1000001 \\ x_{0, \dots, x_6} = 1000001 = A \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} y_{0, \dots, y_6} = 1101101 \\ \oplus \\ s_{0, \dots, s_6} = 1000001 \\ x_{0, \dots, x_6} = 1000001 = A \end{array}} \right\} \text{Bob}$$

- Akan şifreleme sistemlerinde esas konu akan anahtarın güvenliğidir
- Akan anahtarın (key stream) nasıl üretildiği akan şifreleme sisteminin güvenilirliğini belirler
- En önemli gereklilik key stream'deki bitlerin saldırgana rasgele bir dizi gibi görünmesidir
- Key stream tahmin edilebilirse şifre çözülebilir
  
- Akan şifreleme 1917'de Gilbert Verman tarafından bulunmuş, o zaman bir adı yokmuş, sonradan Verman Şifreleyici de deniyor
  
- Verman yaptığı elektromekanik makineye şifresiz metin ve akan anahtarı bantlar halinde veriyor. İlk kez şifreleme ve gönderme (transmission) tek makinede otomatik hale getirilmiş.

## ■ Stream Cipher: Throughput

Performance comparison of symmetric ciphers (Pentium4):

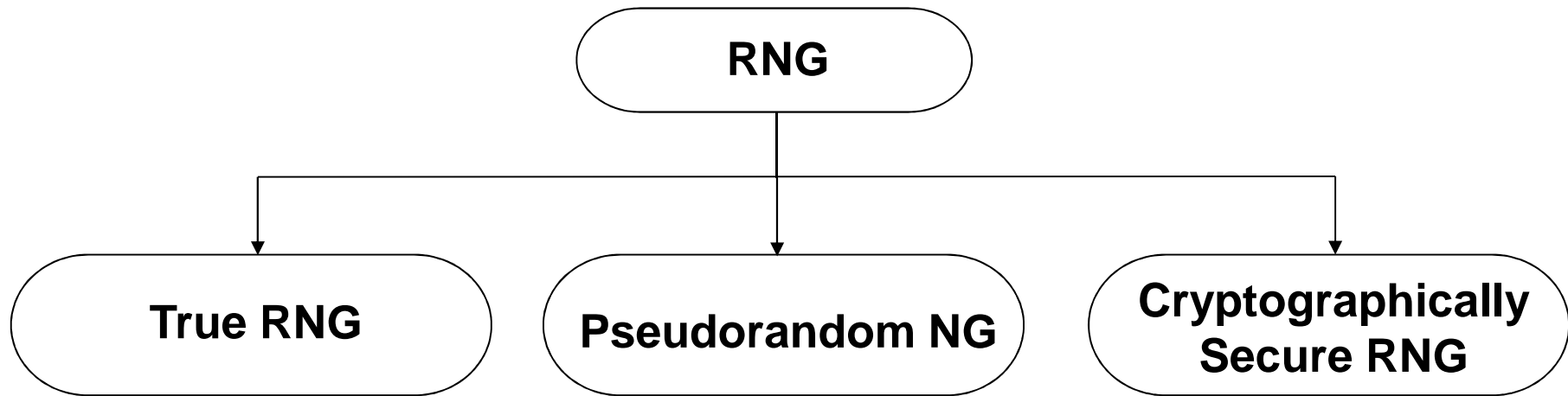
<b>Cipher</b>	<b>Key length</b>	<b>Mbit/s</b>
DES	56	36.95
3DES	112	13.32
AES	128	51.19
RC4 (stream cipher)	(choosable)	211.34

Source: Zhao et al., Anatomy and Performance of SSL Processing, ISPASS 2005

# Content of this Chapter

- Intro to stream ciphers
- **Random number generators (RNGs)**
- One-Time Pad (OTP)
- Linear feedback shift registers (LFSRs)
- Trivium: a modern stream cipher

■ **Random number generators (RNGs)**



## ■ True Random Number Generators (TRNGs) – Gerçek Rasgele Sayı Üreteçleri

- Based on physical random processes:
- coin flipping – para atma
- dice rolling – zar atma
- semiconductor noise –yarı iletken gürültüsü
- radioactive decay – radyoaktif bozunma
- mouse movement – mouse hareketi
- clock jitter of digital circuits – sayısal devrelerde clock titreşimi
  
- Output stream  $s_i$  should have good statistical properties:  
 $\Pr(s_i = 0) = \Pr(s_i = 1) = 50\%$  (often achieved by post-processing)

**Output can neither be predicted nor be reproduced**

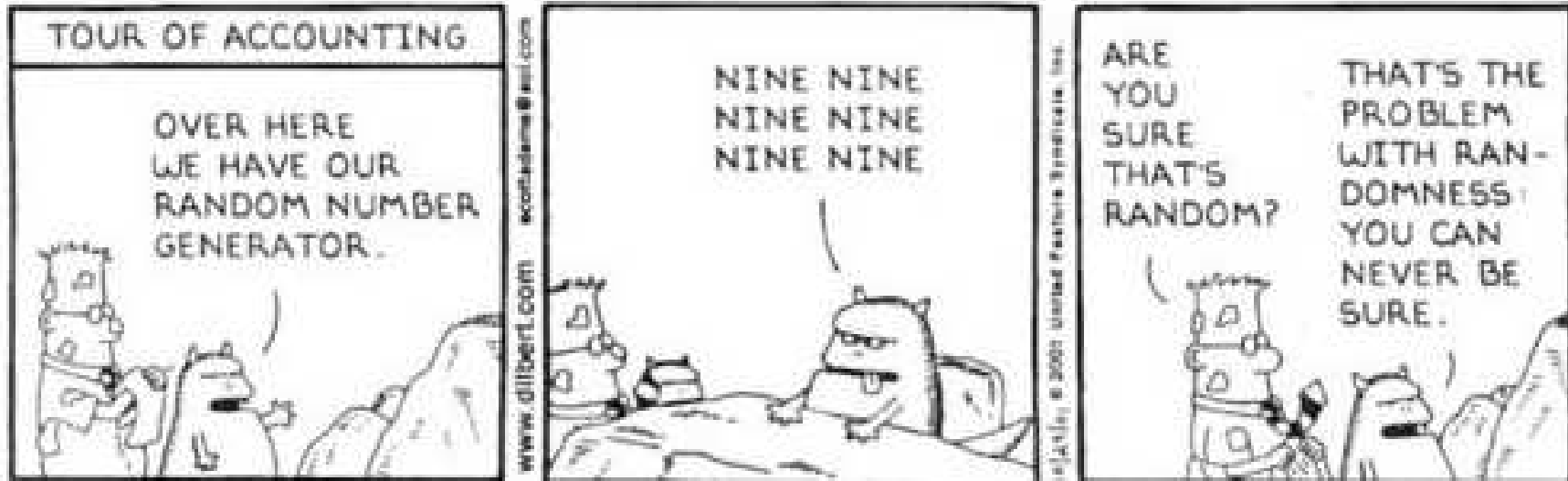
## ■ True Random Number Generators (TRNGs) - Gerçek Rasgele Sayı Üreteçleri

- Gerçek rasgele sayı üreteçlerinin temel özelliği, çıktılarının tekrar üretilebilir olmamasıdır.
- Örneğin 100 kez para atıp sonuçları kaydettiğimizde gerçek bir rasgele sayı dizisi oluşturmuş oluruz. Teorik olarak dünyada hiç kimsenin aynı 100 bitlik seriyi üretmesi imkansız – esasen bu ihtimal  $\frac{1}{2^{100}}$  yani çokçok küçük !!
- Typically used for generation of keys, **nonces** (number used once or used only once values) and for many other purposes
- Genellikle dönemsel tek kullanımlık anahtar üretme için kullanılır ve alıcı ile göndericiye dağıtılır.



## ■ Gerçek Rasgele Sayı Üreteçleri

**DILBERT** By SCOTT ADAMS



## ■ Pseudorandom Number Generator (PRNG) - **Sözde Rasgele Sayı Üreteçleri**

- Generate sequences from initial seed value – bi kök değerinden hesaplama yolu ile sayı dizisi üretiyor
- Typically, output stream has good statistical properties – çıktıların istatistiksel özellikleri iyi
- Output can be reproduced and can be predicted – ancak çıktılar yeniden üretilebilir ve tahmin edilebilir
- Often computed in a recursive way – genellikle özyinemeli yöntemler:

$$s_0 = \textit{seed}$$

$$s_{i+1} = f(s_i, s_{i-1}, \dots, s_{i-t})$$

Example: *rand()* function in ANSI C:

$$s_0 = 12345$$

$$s_{i+1} = 1103515245s_i + 12345 \bmod 2^{31}$$

**Most PRNGs have bad cryptographic properties!**

## ■ Cryptanalyzing a Simple PRNG

Simple PRNG: **Linear Congruential Generator**

$$S_0 = \textit{seed}$$

$$S_{i+1} = AS_i + B \bmod m$$

A – çarpan

B – artım

m – modül

$s_0$ , A ve B değerlerinin seçimi çevrim uzunluğunu (periyodu) önemli derecede etkiler

### Assume

- unknown  $A$ ,  $B$  and  $S_0$  as key
- Size of  $A$ ,  $B$  and  $S_i$  to be 100 bit
- 300 bit of output are known, i.e.  $S_1$ ,  $S_2$  and  $S_3$  - **elimizde anahtara ait 3 bit var**

### Solving

$$S_2 = AS_1 + B \bmod m$$

$$S_3 = AS_2 + B \bmod m$$

} **Lineer denklem seti**  
**2 bilinmeyen 2 denklem**

...directly reveals A and B. All  $S_i$  can be computed easily!

**Bad cryptographic properties due to the linearity of most PRNGs**

## ■ Cryptanalyzing a Simple PRNG

- PRNG - sözde rasgele sayı üreticileri gerçek manada 'rasgele değil', hesaplanabiliyor dolayısı ile 'deterministik'
- PRNG'lerin iyi istatistik özelliklere sahip olması beklenir: uniformluk ve bağımsızlık özellikleri olmalı, çıktıları gerçek rasgele sayı dizilerine benzemeli
- Chi-Square gibi matematiksel testlerle istatistiksel özellikleri doğrulanabilir.
- Kriptografi dışında pek çok uygulama alanı var; simulasyonlar, test yazılımları vb..

## ■ Cryptographically Secure Pseudorandom Number Generator (CSPRNG) - Kriptografik Olarak Güvenli Sözde Rasgele Sayı Üreteçleri

- Special PRNG with additional property:
  - Output must be **unpredictable**

**More precisely:** Given  $n$  consecutive bits of output  $s_i$ , the following output bits  $s_{n+1}$  cannot be predicted (in polynomial time).

- Needed in cryptography, in particular for stream ciphers
- Remark: There are almost no other applications that need unpredictability, whereas many, many (technical) systems need PRNGs.

## ■ Kriptografik Olarak Güvenli Sözde Rasgele Sayı Üreteçleri

- PRNG'a ek olarak ' tahmin edilemez' olma özelliği taşımalı:
- Anahtar akışına ait  $s_i, s_{i+1}, \dots, s_{i+n-1}$  gibi  $n$  bit verildiğinde sonraki bitlerin tahmin edilmesi hesapsal olarak mümkün olmamalı
- Diğer bir deyişle; ardışıl  $n$  biti verilen anahtar akışına ait takip eden biti ( $s_{n+1}$ )

%50 den daha fazla başarı ihtimali ile hesaplayabilecek polinomsal zamanlı (Adım sayısının bir polinom ile ifade edilebildiği algoritmalar) bir algoritma yoktur.

Polinomsal zaman {  
Sabit zaman  
Lineer zaman  
ikinci derece zaman  
.....

Logaritmik zamanlı / üstel zamanlı / NP-complete algoritmalar uygun...

'Tahmin Edilememe' ihtiyacı kriptografiye özeldir. Diğer bilimsel ve mühendislik uygulamalarında böyle bir ihtiyaç yok, dolayısı ile PRNG ve CSPRNG arasındaki fark kriptografi ile uğraşmayanlar tarafından pek bilinmiyor !!

# Content of this Chapter

- Intro to stream ciphers
- Random number generators (RNGs)
- **One-Time Pad (OTP)**
- Linear feedback shift registers (LFSRs)
- Trivium: a modern stream cipher

## ■ One-Time Pad (OTP)

### Unconditionally secure cryptosystem:

- A cryptosystem is unconditionally secure if it cannot be broken even with *infinite* computational resources

### One-Time Pad

- A cryptosystem developed by Mauborgne that is based on Vernam's stream cipher:
- Properties:

Let the plaintext, ciphertext and key consist of individual bits

$$x_i, y_i, k_i \in \{0,1\}.$$

$$\text{Encryption: } e_{k_j}(x_i) = x_i \oplus k_j.$$

$$\text{Decryption: } d_{k_j}(y_i) = y_i \oplus k_j$$

**OTP is unconditionally secure if and only if the key  $k_j$  is used once!**



## ■ Mutlak Güvenlik – Unconditional Security

- Mutlak güvenlik, bilgi teorisine dayanır ve saldırganın sınırsız hesaplama gücüne sahip olduğunu varsayar.
- Bu çok net bir tanım olmakla birlikte gereklilikleri oldukça fazla;
- Örneğin bir simetrik şifreleme algoritmamız olsun (blok veya akan şifre olması farketmez)
- Anahtar uzunluğu 10.000 bit olsun ve tek olası saldırı yöntemi kaba kuvvet saldırısı olsun
- Bu durumda saldırganın sonsuz hesapsal kaynağa sahip olabileceğini – saldırganın  $2^{10000}$  bilgisayarı olabileceğini ve her bilgisayarın bir olası anahtarı kontrol edebileceğini varsaymak zorundayız. Yani saldırgan 1 adımda doğru anahtarı bulabilir.
- Elbette  $2^{10000}$  bilgisayarın üretilmesi imkansız – evrende bilindiği kadarı ile  $2^{266}$  civarında atom var !!
- Yine de bu tür bir şifrelemeye ancak **hesapsal olarak güvenli** diyebiliriz ama **mutlak güvenli** diyemeyiz

## ■ One Time Pad – Tek kerelik blok

- Bu tanımlamalar bize mutlak güvenli bir şifreleyicinin nasıl yapılabileceğinin yolunu gösteriyor:
  - 1- Anahtar akışı ( $s_0, s_1, s_2, \dots$ ) gerçek rasgele sayı üretici (TRNG) ile üretilir
  - 2- Anahtar akışı sadece resmi olarak haberleşen taraflarca bilinir
  - 3- Anahtar akışındaki her bit ( $s_i$ ) sadece bir kere kullanılır.

Bu tek kerelik blok (OTP) olarak adlandırılır ve mutlak güvenlidir.

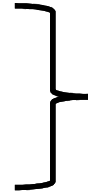
## ■ One-Time Pad (OTP)

Unconditionally secure cryptosystem:

$$y_0 = x_0 \oplus s_0 \text{ mod } 2 = x_0 \oplus k_0$$

$$y_1 = x_1 \oplus s_1 \text{ mod } 2 = x_1 \oplus k_1$$

.....



*Bu denklemlerin her biri 2 bilinmeyenli  
lineer denklemler ve birbirinden bağımsız*

Every equation is a linear equation with two unknowns

⇒ for every  $y_i$  are  $x_i = 0$  and  $x_i = 1$  equiprobable (equally probable)

Saldırgan  $y_0$  değerini (0 veya 1) bilse de  $x_0$  değerini ancak %50 ihtimalle bilebilir.

⇒ This is true if  $k_0, k_1, \dots$  are independent, i.e., all  $k_i$  have to be generated truly random

$s_i$  değerleri dolayısı ile  $k_i$  değerleri ‘gerçek rasgele’ olmasaydı durum farklı olurdu -  $s_i$  değerleri arasında fonksiyonel bir ilişki olurdu ve yukarıdaki denklemler birbirinden bağımsız olmazdı.

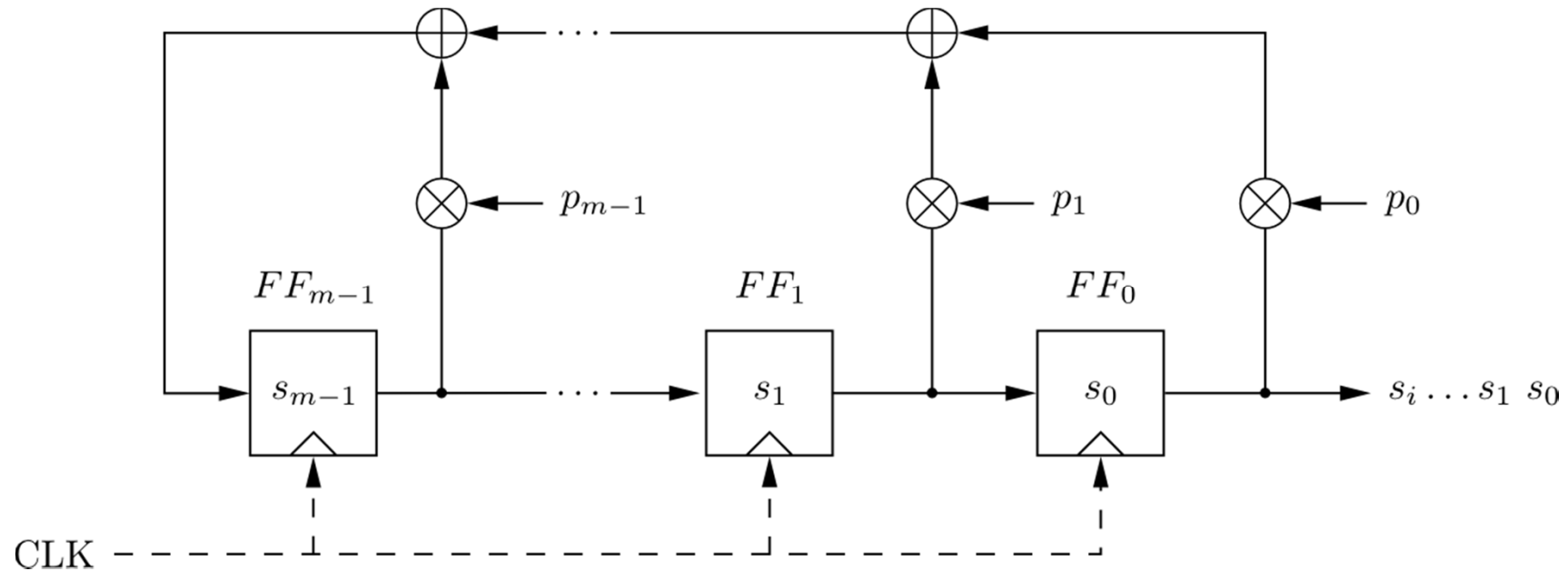
⇒ It can be shown that this systems can *provably* not be solved.

**Disadvantage:** For almost all applications the OTP is **impractical** since the key must be as long as the message! (Imagine you have to encrypt a 1GByte email attachment.)

# Content of this Chapter

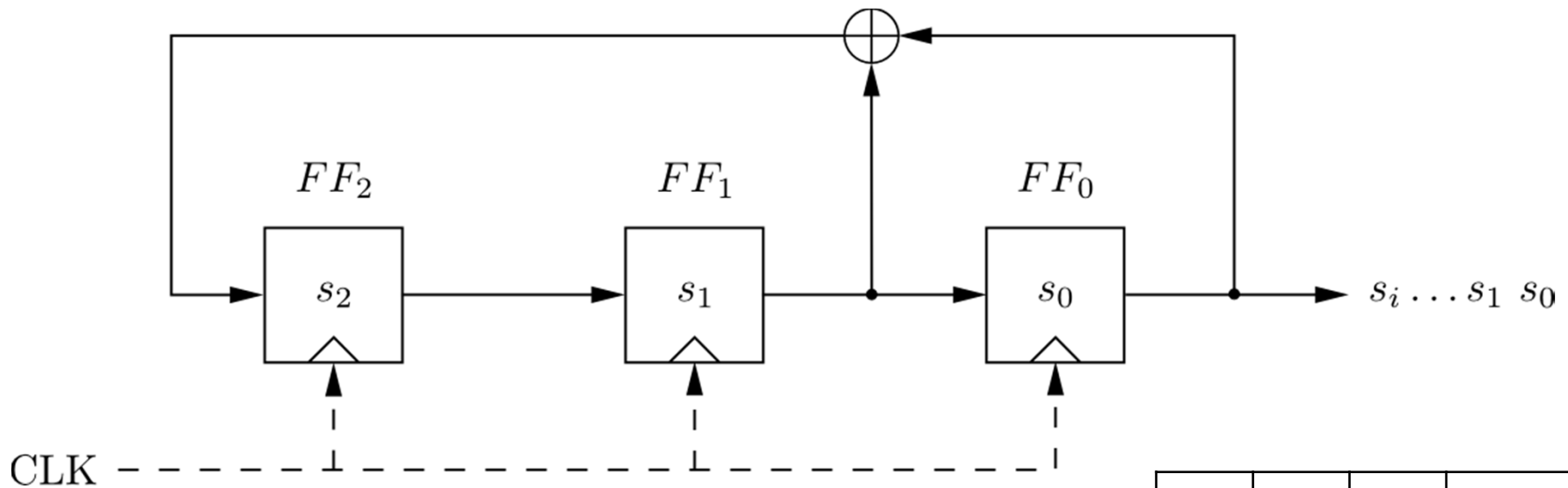
- Intro to stream ciphers
- Random number generators (RNGs)
- One-Time Pad (OTP)
- **Linear feedback shift registers (LFSRs)**
- Trivium: a modern stream cipher

## ■ Linear Feedback Shift Registers (LFSRs)



- Concatenated *flip-flops* ( $FF$ ), i.e., a shift register together with a feedback path
- Feedback computes fresh input by XOR of certain state bits
- *Degree*  $m$  given by number of storage elements
- If  $p_i = 1$ , the feedback connection is present (“closed switch”), otherwise there is not feedback from this flip-flop (“open switch”)
- Output sequence repeats periodically
- Maximum output length:  $2^m - 1$

## ■ Linear Feedback Shift Registers (LFSRs): Example with m=3



- LFSR output described by recursive equation:

$$s_{i+3} = s_{i+1} + s_i \text{ mod } 2$$

- Maximum output length (of  $2^3-1=7$ ) achieved only for certain feedback configurations, .e.g., the one shown here.

<i>clk</i>	$FF_2$	$FF_1$	$FF_0=s_i$
0	1	0	0
1	0	1	0
2	1	0	1
3	1	1	0
4	1	1	1
5	0	1	1
6	0	0	1
7	1	0	0
8	0	1	0

## ■ Security of LFSRs

LFSRs typically described by polynomials:

$$P(x) = x^m + p_{l-1}x^{m-1} + \dots + p_1x + p_0$$

- Single LFSRs generate highly predictable output
- If  $2m$  output bits of an LFSR of degree  $m$  are known, the feedback coefficients  $p_i$  of the LFSR can be found by solving a system of linear equations\*
- Because of this many stream ciphers use **combinations** of LFSRs

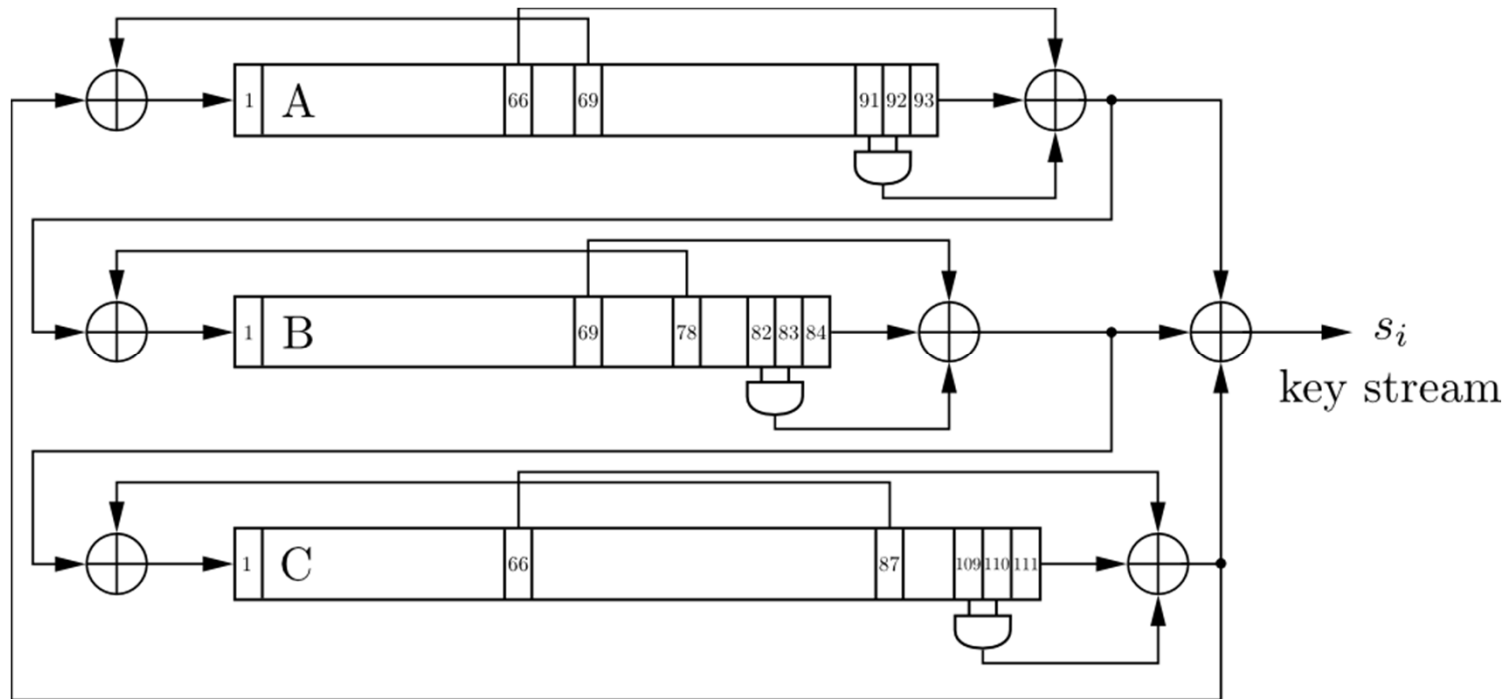
\*See Chapter 2 of *Understanding Cryptography* for further details.

# Content of this Chapter

- Intro to stream ciphers
- Random number generators (RNGs)
- One-Time Pad (OTP)
- Linear feedback shift registers (LFSRs)
- **Trivium: a modern stream cipher**



## ■ A Modern Stream Cipher - Trivium



- Three *nonlinear* LFSRs (NLFSR) of length 93, 84, 111
- XOR-Sum of all three NLFSR outputs generates key stream  $s_i$
- Small in Hardware:
  - Total register count: 288
  - Non-linearity: 3 AND-Gates
  - 7 XOR-Gates (4 with three inputs)

## ■ Trivium

### Initialization:

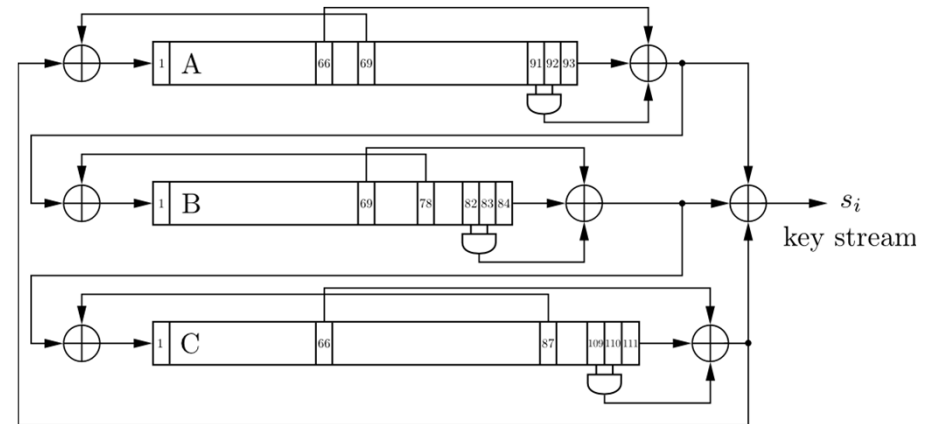
- Load 80-bit IV into A
- Load 80-bit key into B
- Set  $c_{109}, c_{110}, c_{111} = 1$ , all other bits 0

### Warm-Up:

- Clock cipher  $4 \times 288 = 1152$  times without generating output

### Encryption:

- XOR-Sum of all three NLFSR outputs generates key stream  $s_i$



Design can be parallelized to produce up to 64 bits of output per clock cycle

	Register length	Feedback bit	Feedforward bit	AND inputs
A	93	69	66	91, 92
B	84	78	69	82, 83
C	111	87	66	109, 110

## ■ Lessons Learned

- Stream ciphers are less popular than block ciphers in most domains such as Internet security. There are exceptions, for instance, the popular stream cipher RC4.
- Stream ciphers sometimes require fewer resources, e.g., code size or chip area, for implementation than block ciphers, and they are attractive for use in constrained environments such as cell phones.
- The requirements for a *cryptographically secure pseudorandom number generator* are far more demanding than the requirements for pseudorandom number generators used in other applications such as testing or simulation
- The One-Time Pad is a provable secure symmetric cipher. However, it is highly impractical for most applications because the key length has to equal the message length.
- Single LFSRs make poor stream ciphers despite their good statistical properties. However, careful combinations of several LFSR can yield strong ciphers.